

درس :

آمار و احتمال

و

ریاضیات گسسته

مبحث :

منطق ریاضی

مجموعه

ترکیبیات

احتمال

آمار توصیفی

آمار استنباطی

تهیه و تنظیم : مهندس ترکمن

گزاره

(Proposition)

ن ↑ > ↑
 ← جمله ای است خبری که بتوان دقیق و بدون ابهام ارزش درستی یا نادرستی آن را مشخص کرد. بهر چند ممکن است در حال حاضر نتوان ارزش آن را تعیین کرد.
 پس جملات ناکامل (ناقص)، سوالی، تعجبی، امری، عاطفی (احساسی)، گزاره نیستند.

بیت کدام جمله یک گزاره محسوب نمی شود؟

- ۱) هر معادله درجه دوم دارای دو ریشه حقیقی متمایز است.
- ۲) در پرتاب یک تاس سالم، احتمال ظاهر شدن عدد زوج برابر $\frac{1}{4}$ است.
- ۳) ای کاش همه دانش آموزانم در کنکور قبول شوند.
- ۴) هر عدد زوج بزرگتر از ۲ را می توان به صورت حاصل جمع دو عدد اول نوشت.

گزاره نما

← هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر است و با جای گذاری مقادیری به جای متغیر به یک گزاره تبدیل می شود.

مثلاً a عددی فرد است، او یک شاعر است، احتمال رخ دادن پیامد A برابر $\frac{1}{4}$ است.

Domain

دامنه متغیر گزاره نما مجموعه مقادیری که می توان به جای متغیر (های) یک گزاره نما قرار داد تا تبدیل به یک گزاره شود.

نماد: D

مثلاً a عددی فرد است ←

او یک شاعر است ←

احتمال رخ دادن پیامد A

برابر $\frac{1}{4}$ است ←

مجموعه جواب گزاره نما $\leftarrow$ زیر مجموعه ای از دامنه متغیر گزاره نما، که برای تمام اعضا S نما: $S \subseteq D$

آن، گزاره نما، تبدیل به گزاره ای با ارزش درست می شود.

مثلاً این α عددی فرد است $\leftarrow D = \mathbb{Z}$

یا در کتاب یک تاس سالم
 احتمال رخ دادن A
 برابر $\frac{1}{6}$ است $\leftarrow$

$D = \mathbb{R} \quad x^2 - 3x + 2 = 0 \quad (*)$ $\leftarrow$

نفیض یک گزاره $\leftarrow$ نفیض گزاره P ، گزاره ای است که ارزش آن مخالف ارزش گزاره P می باشد و با نماد $\sim P$ نشان داده می شود. (Negation)

به کمک منفی کردن فعل جمله خبری گزاره به دست می آید یا قراردادن عبارت "چنین نیست که" در ابتدای گزاره

مثلاً

P : $\sqrt{2}$ عددی گنگ نیست $\xrightarrow{\text{نفیض}} \sim P$: $\sqrt{2}$ عددی گنگ است
 $\sim P$: $\sqrt{2}$ عددی گویا است
 $\sim P$: چنین نیست که $\sqrt{2}$ عددی گنگ است

P : عدد ۱۷ مضرب ۳ نیست $\xrightarrow{\text{نفیض}} \sim P$: عدد ۱۷ مضرب ۳ است
 $\sim P$: چنین نیست که عدد ۱۷ مضرب ۳ است

دو گزاره هم ارزش هم اندیشه
 $\equiv$ نماد: $\leftarrow$ میان است.

ترکیب گزاره‌ها (گزاره‌های مرکب) $\leftarrow$ ترکیب عطفی، فصلی، شرطی، دو شرطی

ترکیب عطفی دو گزاره
 نماد $\leftarrow$ ۸ $\leftarrow$ بین دو گزاره حرف "و" قرار داده می‌شود.

فقط زمانی ارزش آن درست است که هر دو گزاره درست باشند.

P	q	$P \wedge q$
>	>	>
>	ن	ن
ن	>	ن
ن	ن	ن

نیمه دوکلید متوالی (سری)
 $\begin{array}{c} P \\ \text{---} \\ q \end{array}$

جریان زمانی برقرار است
 که هر دو کلید بسته باشند.

ترکیب فصلی دو گزاره
 نماد $\leftarrow$ ۷ $\leftarrow$ بین دو گزاره حرف "یا" قرار داده می‌شود.

فقط زمانی ارزش آن نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند.

P	q	$P \vee q$
>	>	>
>	ن	>
ن	>	>
ن	ن	ن

نیمه دوکلید موازی
 $\begin{array}{c} P \\ \text{---} \\ \text{---} \\ q \end{array}$

جریان زمانی برقرار نیست
 که هر دو کلید باز باشند.

تت کدام یک دارای ارزش نادرست است؟

(۱) $(x^2 + 1 = 0)$ (عدد ۲۱۹۷۱۴ غرض است) (۲) (عدد π گنگ است) و (مربع دو قطر عمود بر هم دارد)

(۳) عدد $8 + 9$ اول است یا عدد ۴۶۹۲۱۴۸ مربع است. (۴) $\{1\} \in \{1, 2, \{1\}, \{2\}\}$ و $\{1\} \subseteq \{1, 2, \{1\}, \{2\}\}$

نیت: با توجه به جدول متقابل، دوتایی (a, b) کدام است؟

P	q	$P \vee q$	$P \wedge q$
عدد $2+1$ مرکب است		a	
.....	عدد n^4+1 از اول تمام اعداد طبیعی n، اول نیست.		b

گزاره همیشه درست $\xrightarrow{\text{در جدول}} \leftarrow$ هواره ارزش آن "د" است. $\xleftarrow{\text{خدا}} T$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{نقیض یکدیگرند} \\ \text{گزاره همیشه نادرست} \end{array} \right.$ $\xrightarrow{\text{در جدول}} \leftarrow$ هواره ارزش آن "ن" است. $\xleftarrow{\text{خدا}} F$ $\xleftarrow{\text{False}}$

نقته: برای گزاره دگواه P داریم:

$$\begin{cases} P \vee \sim P \equiv T \\ P \wedge \sim P \equiv F \end{cases}$$

$$\begin{cases} P \vee T \equiv T \\ P \wedge F \equiv F \end{cases}$$

$$\begin{cases} P \vee F \equiv P \\ P \wedge T \equiv P \end{cases}$$

ویژگی های ترکیب عطفی و ترکیب فصلی

$$\begin{cases} P \wedge q \equiv q \wedge P \\ P \vee q \equiv q \vee P \end{cases}$$

⑤ جابجایی

$$\begin{cases} P \wedge P \equiv P \\ P \vee P \equiv P \end{cases}$$

① خودتوانی

$$\begin{cases} (P \wedge q) \wedge r \equiv P \wedge (q \wedge r) \\ (P \vee q) \vee r \equiv P \vee (q \vee r) \end{cases}$$

③ شرکت پذیری

$$\begin{cases} P \wedge (q \vee r) \equiv (P \wedge q) \vee (P \wedge r) \\ P \vee (q \wedge r) \equiv (P \vee q) \wedge (P \vee r) \end{cases}$$

④ توزیع پذیری

↓
(فانتهایی)