

مقدمات ریاضی



محاسبات با اعداد اعشاری

(۱) ضرب دو عدد اعشاری: ابتدا اعشار رو در نظر نمی‌گیریم و اعداد رو در هم ضرب می‌کنیم در انتها با توجه به تعداد رقم‌های سمت راست ممیزها، در عدد نهایی، اعشار می‌زنیم:

مثال: $3/6 \times 0/002 = 0/012$

(۲) تقسیم دو عدد اعشاری: صورت و مخرج رو در مضربی از ۱۰ ضرب می‌کنیم تا اعشارها از بین برن بعدش تقسیم رو به شکل معمولی انجام می‌دیم:

مثال: $\frac{4/8}{0/2} = \frac{48}{2} = 24$

مثال: $\frac{0/625}{0/5} = \frac{625}{5} = 125$

مثال: $\frac{26}{0/13} = \frac{2600}{13} = 200$

مثال: $\frac{1/8}{9} = \frac{18}{90} = \frac{2}{10} = 0/2$

(۳) جمع و تفریق اعداد اعشاری: ممیزها رو زیر هم در یک راستا می‌نویسیم و اعداد رو با هم جمع یا تفریق می‌کنیم، اگه عددی ممیز نداشت، خودمون سمت راستش، اعشار می‌ذاریم:

مثال: $2/5 + 7/63 =$

مثال: $14 - 2/382 =$

مثال: $3/4 + \frac{3}{10} =$

$$\begin{array}{r} 3/4 \\ + 0/30 \\ \hline 3/70 \end{array}$$

مثال: $14 - 2/382 =$

$$\begin{array}{r} 14 \\ - 0/382 \\ \hline 13/618 \end{array}$$

محاسبات با اعداد کسری

(۱) جمع و تفریق کسرها: برای این کار، مخرج مشترک می‌گیریم برای مخرج مشترک گرفتن، به راه اینه که مخرج‌ها رو در هم ضرب کنیم راه دیگه‌اش اینه که کوچک‌ترین عددی رو پیدا کنیم که به همه مخرج‌ها بخش‌پذیر باشه:

مثال (۱): $\frac{37}{6} + \frac{13}{4} = \frac{74 + 39}{12}$

مثال (۲): $2\frac{3}{5} - 6 = \frac{12}{5} - \frac{6 \times 5}{1 \times 5} = \frac{12}{5} - \frac{30}{5} = \frac{12 - 30}{5} = \frac{-18}{5}$

البته مثال (۱) همیشه به شکل روبه‌رو هم حل کرد:

$\frac{37}{6} + \frac{13}{4} = \frac{148 + 78}{24}$

(۲) ضرب و تقسیم کسرها: در ضرب و تقسیم، همیشه بهتره اول تا حد امکان، صورت و مخرج‌ها رو با هم ساده کنیم بعدش بقیه محاسبات رو انجام بدیم، تقسیم هم که می‌دونید به ضرب تبدیل میشه و کسر دوم معکوس میشه:

مثال (۱): $\frac{12}{48} \times \frac{28}{13} = \frac{1}{4} \times \frac{28}{13} = \frac{28}{52}$

مثال (۲): $\frac{9}{11} \div \left(\frac{27}{121}\right) = \frac{9}{11} \times \frac{121}{27} = \frac{9 \times 121}{11 \times 27} = \frac{11 \times 11}{11 \times 3} = \frac{11}{3}$

□ مقایسه کسرها: مقایسه کسرها با هم: فرض کنید بخواهیم کسره‌های $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ رو با هم مقایسه کنیم یعنی ببینیم کدوم

بزرگ‌تره، کافیه طرفین وسطین انجام بدیم و بعدش ببینیم ad بزرگ‌تره یا bc :

مثال (۱): $\frac{2}{7} > \frac{1}{5}$ (چون $2 \times 5 = 10 > 7 \times 1 = 7$)

مثال (۲): $-\frac{3}{6} > -\frac{3}{8}$ (چون $-3 \times 8 = -24 < -6 \times 6 = -36$)

محاسبات با اعداد رادیکالی ساده

(۱) جمع و تفریق رادیکال‌ها: برای این که بتونیم دو یا چند عدد رادیکالی رو جمع یا تفریق کنیم رادیکال‌هاشون باید عین هم باشن پس $\sqrt{2}$ رو همیشه با $\sqrt{3}$ جمع و تفریق کرد (زیر رادیکال‌هاشون مساوی نیستن) یا $\sqrt{5}$ رو همیشه با $\sqrt{5}$ جمع و تفریق کرد (فرجه‌هاشون فرق دارن) توجه کنید اعداد پشت رادیکال‌ها رو جمع و تفریق می‌کنیم.

مثال (۱): $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

مثال (۲): $4\sqrt{3} + \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

~~$\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$~~

(۳) مثال: $5\sqrt{2} - \sqrt{2} + 7\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 12\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$

(۲) ضرب و تقسیم رادیکالها: برای ضرب و تقسیم رادیکالها، فقط کافیه فرجه‌ها مساوی باشن:

(۱) مثال: $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$

(۲) مثال: $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$

(۳) مثال: $(5\sqrt{2}) \times (6\sqrt{3}) = 30\sqrt{6}$

(۴) مثال: $\sqrt{625} \div \sqrt{5} = \sqrt{\frac{625}{5}} = \sqrt{125}$

محاسبات روی عبارتهای جبری

(۱) جمع و تفریق: در ریاضی، نمی‌تونیم مثلاً $3x$ رو با $5x^2$ جمع یا تفریق کنیم چون قسمت متغیرهاشون یکسان نیست ولی همیشه مثلاً $3x$ رو با $5x$ جمع کرد و بگیریم همیشه $8x$

(۱) مثال: $10x^2 - 6x + 11x^2 - x = 21x^2 - 7x$

(۲) مثال: $5xy^2 - 6xy^2 + 10xy^2 = 9xy^2$

(۲) ضرب عبارتهای جبری: گاهی اوقات، فقط دو تا یک جمله‌ای رو در هم ضرب می‌کنیم:

مثال: $(4x^2y)(-1xy^4) = -4x^3y^5$

$x^1 \cdot x^2 = x^3$
 $y^1 \cdot y^4 = y^5$

گاهی هم، یک یک جمله‌ای رو در یک چندجمله‌ای ضرب می‌کنیم:

مثال: $2ab(4a^3 + 6ab) = 8a^4b + 12a^2b^2$

و در نهایت، ممکنه دو تا چندجمله‌ای رو در هم ضرب کنیم:

مثال (۱): $(3x^2 - 6x)(x + 4x^2) =$

مثال (۲): $3(x-1)(x+2) =$

□ اتحادهای مهم: اتحادها باعث میشن در انجام ضرب عبارت های جبری، وقتمون کمتر تلف بشه الان اتحادهایی که لازم بشه داریم رو با هم بررسی کنیم:

اتحاد اول: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

مثال: $(3 + \sqrt{5})^2 = 3^2 + 2(3)(\sqrt{5}) + \sqrt{5}^2$

اتحاد دوم: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

مثال: $(2x - 3x^2)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(3x^2) + (3x^2)^2$

اتحاد مزدوج: $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

مثال: $(2x-1)(2x+1) =$

مثال: $(\frac{x}{2} - \sqrt{3})(\frac{x}{2} + \sqrt{3}) =$

Handwritten work for the above examples:

$(2x-1)(2x+1) = 4x^2 + 2x - 2x - 1 = 4x^2 - 1$

$(\frac{x}{2} - \sqrt{3})(\frac{x}{2} + \sqrt{3}) = (\frac{x}{2})^2 - (\sqrt{3})^2 = \frac{x^2}{4} - 3$

تست: حاصل عبارت $A = (\sqrt{5x}-1)(4x+2)(\sqrt{5x}+1)$ به ازای $x = \sqrt{3}$ کدام است؟

Handwritten work for the test question:

$A = (\sqrt{5x}-1)(4x+2)(\sqrt{5x}+1)$

Using the difference of squares: $(\sqrt{5x}-1)(\sqrt{5x}+1) = 5x - 1$

Then: $A = (5x-1)(4x+2)$

Substituting $x = \sqrt{3}$:

$A = (5\sqrt{3}-1)(4\sqrt{3}+2)$

Expanding: $20\sqrt{3} + 10 - 4\sqrt{3} - 2 = 16\sqrt{3} + 8$

Options:

- (۱) $6\sqrt{3}$
- (۲) $6\sqrt{3} + 1$
- (۳) $6\sqrt{3} + 58$ ✓
- (۴) $6\sqrt{3} - 2$