

# معادلات

## معادلات و مسائل توصیفی

$$ax + b = 0$$

معادله درجه اول

$$ax = -b \rightarrow x = \frac{-b}{a}$$

**معادله درجه اول دو مجهولی:** ابتدا هر دو معادله را مرتب می‌کنیم، سپس یکی از معادلات را قرینه می‌کنیم تا مجهول اول حذف شود بقیه را با هم جمع می‌کنیم تا جواب یکی از مجهول‌ها دربیاید و با جای‌گذاری آن در یکی از معادلات مجهول دیگر نیز بدست بیاید.

$$\begin{cases} (x+y) \times 2 = 82 \\ x-y = 7 \end{cases} \Rightarrow$$



$$ax - b > 0$$

نامعادله درجه اول:

$$ax > b \rightarrow x > \frac{b}{a}$$

معادله درجه دوم

شکل کلی معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  است که در آن  $a$  ضریب  $x^2$  و  $b$  ضریب  $x$  و  $c$  عدد ثابت است.

روش‌های حل معادله درجه دوم:

$$\Delta = b^2 - 4ac \text{ روش دلتا}$$

$$\Delta > 0 \text{ معادله دو ریشه متمایز دارد } x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = 0 \text{ معادله ریشه مضاعف، ریشه مساوی (تکراری) دارد } x = \frac{-b}{2a}$$

$$\Delta < 0 \text{ معادله ریشه یا جواب حقیقی ندارد.}$$


(ب روش تجزیه (استفاده از همان اتحادهای اصلی)

### مجموعه نکات

اگر در حل مسائل معادله درجه دوم  $a + b + c = 0$  باشد یکی از ریشه‌ها  $x_1 = 1$  و ریشه دیگری  $x_2 = \frac{c}{a}$  است.


اگر  $a + c = b$  باشد یکی از ریشه‌ها  $x_1 = -1$  و ریشه دیگری  $x_2 = \frac{-c}{a}$  است.

(دقیق ۹۸)

**تست ۱:** به ازای کدام مقدار  $a$  معادله  $\frac{x-2}{ax-5} = \frac{a+2}{x-1} - 1$  دارای جواب  $x=3$  است؟ 

- (۱)  $2$  و  $\frac{1}{3}$       (۲)  $2$  و  $\frac{-1}{3}$       (۳)  $1$  و  $\frac{-2}{3}$       (۴)  $1$  و  $\frac{2}{3}$

(فارج ۸۶)

**تست ۲:** اگر در معادله درجه دوم  $ax^2 - 12x + 9 = 0$  تفاضل دو ریشه برابر صفر باشد یک ریشه این معادله کدام است؟ 

- (۱)  $\frac{-3}{4}$       (۲)  $\frac{3}{4}$       (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴)  $3$

(فارج ۹۵)

**تست ۳:** تعداد جواب‌های حقیقی معادله  $x^6 + 10x^2 + 9 = 0$  کدام است؟ 

- (۱) صفر      (۲)  $1$       (۳)  $2$       (۴)  $4$

### ج) روش حاصل جمع و حاصل ضرب ریشه‌ها

با توجه به شکل کلی معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

حاصل جمع ریشه‌ها

$$P = x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

حاصل ضرب ریشه‌ها

### مجموعه نکات

◀ اگر ریشه‌های معادله درجه دومی را داده باشند با توجه به  $S$  و  $P$  می‌توان معادله درجه دوم نوشت.

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 \times x_2) = 0$$

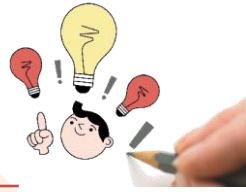
$$x^2 - Sx + P = 0 \text{ یعنی}$$

◀ اگر مجموع مجذورات ریشه‌ها را خواسته باشند با توجه به  $S$  و  $P$  می‌توان نوشت:

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P$$

◀ همچنین مجموع مکعبات ریشه‌ها برابر است:

$$x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3PS$$



## تمرینات

۱- در معادله درجه دوم  $3x^2 + 7x - 2m + 2 = 0$  حاصل ضرب دو ریشه  $-2$  می باشد. ریشه بزرگ تر کدام است؟ (فاج ۹۷)

- (۴) ۲                      (۳) ۱                      (۲)  $\frac{4}{3}$                       (۱)  $\frac{2}{3}$

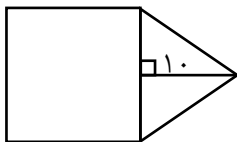
۲- در معادله درجه دوم  $6x^2 + (k+1)x + k = 0$  اگر مجموع دو ریشه حقیقی برابر  $\frac{1}{6}$  باشد، ریشه مثبت آن کدام است؟ (دافل ۹۴)

- (۴)  $\frac{4}{3}$                       (۳) ۱                      (۲)  $\frac{2}{3}$                       (۱)  $\frac{1}{2}$

۳- مجموعه جواب کدام معادله به صورت  $\{-1, \frac{1}{2}\}$  است؟

- (۴)  $2x^2 - x - 1 = 0$                       (۳)  $2x^2 - x + 1 = 0$                       (۲)  $2x^2 + x - 1 = 0$                       (۱)  $2x^2 + x + 1 = 0$

۴- در شکل زیر مساحت مثلث متساوی الساقین از  $\frac{2}{3}$  مساحت مربع به اندازه  $\frac{8}{3}$  واحد مربع کمتر است. مساحت مثلث کدام است؟ (دافل ۹۹)



- (۱) ۳۰  
(۲) ۳۵  
(۳) ۴۰  
(۴) ۴۵

۵- حاصل ضرب یک عدد مثبت در خودش از چهار برابر آن عدد ۱۲ واحد بیشتر است این عدد کدام است؟

(دافل ۹۶)

۶- در معادله  $x + \frac{2x-1}{x-4} = -2$  ریشه‌ها چگونه‌اند؟

- (۱) فقط یک جواب قابل قبول  
 (۲) دو جواب وارون هم  
 (۳) دو جواب مساوی هم  
 (۴) دو جواب قرینه هم

(دافل ۹۷)

۷- در معادله  $\frac{x^2}{x-4} - \frac{2x+8}{x-4} = 2x$  تفاضل معکوس جواب با خود جواب کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{4}$   
 (۲)  $\frac{3}{2}$   
 (۳)  $\frac{7}{4}$   
 (۴)  $\frac{5}{2}$

(فارج ۹۱)

۸- به ازای کدام مقدار  $a$  معادله درجه دوم  $3x^2 + ax - 3 = 0$  دو جواب حقیقی و متمایز دارد؟

- (۱) هر مقدار  $a$   
 (۲) هیچ مقدار  $a$   
 (۳)  $a = \pm 6$   
 (۴) فقط  $a > 6$

۹- به ازای یک مقدار  $m$  ریشه‌های معادله  $2x^2 + 3mx + 2m + 6 = 0$  معکوس یکدیگرند مجموع این دو ریشه

(فارج ۹۵)

کدام است؟

- (۱)  $-1/5$   
 (۲)  $1/5$   
 (۳)  $2$   
 (۴)  $3$

(دافل ۹۳)

۱۰- در معادله  $x^2 - 2x - 18 = 0$  مجموع معکوس ریشه‌ها کدام است؟

- (۱)  $\frac{-1}{9}$   
 (۲)  $\frac{1}{9}$   
 (۳)  $\frac{-1}{8}$   
 (۴)  $\frac{1}{8}$

(فاج ۹۸)

۱۱- به ازای کدام مقدار  $a$ ، معادله  $\frac{4}{a-2x} + \frac{a}{x+1} = \frac{a}{x}$  دارای جواب  $x=1$  است؟

- (۱) ۲ و ۴ -      (۲) ۴ و ۲ -      (۳) ۴ و ۲      (۴) ۳ و ۲ -

(دافلج ۹۹)

۱۲- مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{2}{3}$  کدام است؟

- (۱) ۴ -      (۲) ۴      (۳) ۶      (۴) ۱۲

۱۳- در معادله درجه دوم  $3x^2 + 7x - 2m + 2 = 0$  حاصل ضرب دو ریشه ۲- می‌باشد ریشه بزرگ‌تر کدام است؟

(فاج ۹۵)

- (۱)  $-\frac{2}{3}$       (۲)  $\frac{4}{3}$       (۳) ۱      (۴) ۲

۱۴- در معادله درجه دوم  $2x^2 + kx + 1 - k = 0$  اگر حاصل ضرب دو ریشه برابر ۵ باشد ریشه بزرگ‌تر کدام است؟

(فاج ۹۴)

- (۱)  $\frac{2}{5}$       (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۵

۱۵- در معادله درجه دوم  $2x^2 + (m+1)x - 12 = 0$  مجموع دو ریشه  $\frac{5}{4}$  می‌باشد ریشه مثبت کدام است؟ (دافلج ۹۷)

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۶

۱۶- اگر  $x=1$  یکی از جواب‌های معادله درجه دوم  $5x^2 - 3x + k = 0$  باشد جواب دیگر آن کدام است؟ (سراسری ۸۵)

- (۱)  $-\frac{1}{4}$       (۲)  $-\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{1}{3}$       (۴)  $\frac{1}{4}$