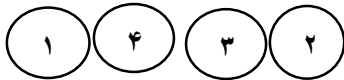


# شمارش بدون شمارش و احتمال



**جایگشت:** به هر حالتی از کنار هم قرار گرفتن چند نفر یا شی متمايز، یک جایگشت می گوئیم. معمولاً برای حل سوال های جایگشت از اصل ضرب و رسم خانه ها کمک می گیریم. برای نمونه فرض کنیم با ارقام ۴ و ۳ و ۲ و ۱ می خواهیم اعدادی ۴ رقمی بدون تکرار ارقام بسازیم برای این کار چهارخانه رسم می کنیم.



یک × دو × سه × چهار

در خانه اول هر یک از ۴ رقم می توانند بنشینند بنابراین برای آن چهار انتخاب داریم فرض می کنید رقم یک در آن بنشیند.

برای خانه دوم سه انتخاب داریم. فرض می کنید عدد ۴ نیز آنجا بنشیند.

برای خانه سوم دو انتخاب داریم. فرض کنید عدد ۳ نیز آنجا بنشیند.

در خانه آخر فقط یک انتخاب داریم.

طبق اصل ضرب تعداد همه حالت ها برابر  $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$  است.



$n$  فرد یا  $n$  شی متفاوت را به  $n!$  می توان کنار هم قرار داد. برای نمونه ۵ نفر به ۵ حالت می توانند کنار هم بنشینند یا با حروف کلمه (علی) به تعداد ۳! کلمه می توان ساخت که سه حرفی باشند.

**یادآوری:** با توجه به لزوم استفاده از مفهوم ترکیب در برخی سوالهای جایگشت فرمول و تعریف آن را در این جا می آورم ولی مفهوم و جزئیات آن را در قسمت های بعدی می بینیم



**ترکیب:** به هر انتخاب  $r$  شیء از  $n$  شیء متمایز که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد یا به عبارتی به هر زیر مجموعه  $r$  عضوی از یک مجموعه  $n$  عضوی، یک ترکیب  $r$  تایی از  $n$  شیء می گوئیم. تعداد ترکیب های  $r$  تایی از  $n$  شیء

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad \text{متمایز را معمولا با } c(n,r) \text{ یا } \binom{n}{r} \text{ نمایش می دهیم و داریم:}$$

- برای نمونه اگر بخواهیم از بین ۵ نفر، ۳ نفر را انتخاب کنیم تعداد حالت ها برابرند با:

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!} \times 2!} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

تست



۹- اگر  $n! = p(10, 4)$  ، حاصل  $\binom{n}{3}$  کدام است؟ (گزینه دو ۱۴۰۰)

۲۰(۱)

۲۱(۲)

۳۵(۳)

۵۶(۴)

۱۲- با حروف کلمه (GOLSHAN) چند کلمه پنج حرفی می توان ساخت که حرف G و L حتما در آن ها باشد؟

(۱) ۵۰۰

(۲) ۶۰۰

(۳) ۱۰۰۰

(۴) ۱۲۰۰

۱۳- با ارقام متمایز ۹ و ۰ و ۳ و ۲ و ۱ به چند طریق می توان یک عدد چهار رقمی ساخت به طوری که فقط یکی از ارقام آن زوج باشد؟ (ریاضی خارج ۹۴)

(۱) ۶۴۰

(۲) ۷۲۰

(۳) ۷۸۰

(۴) ۹۶۰

۱۴- با ارقام متمایز ۹ و ۰ و ۳ و ۲ و ۱ به چند طریق می توان یک عدد پنج رقمی ساخت به طوری که درست ۲ رقم آن زوج باشد؟ (ریاضی ۹۲)

(۱) ۶۴۰۰

(۲) ۷۲۰۰

(۳) ۸۴۰۰

(۴) ۹۶۰۰

به مثال های زیر توجه کنید:



۱- با حروف کلمه (دیانا) چند کلمه پنج حرفی می توان ساخت؟

تعداد حروف کلمه (دیانا) پنج تا است و با آن می توان ۵! حالت کلمه ساخت، ولی به دلیل وجود ۲ حرف تکراری الف

تعداد کل حالت ها  $\frac{5!}{2!}$  است.

۲- امیر، علی و رضا با ۳ نفر دیگر در یک شرکت حضور دارند. این ۶ نفر در یک ردیف پشت سرهم می ایستند. در

چند حالت امیر جلوتر از علی و علی جلوتر از رضا قرار دارد؟ (قلم چی ۱۴۰۰)

۱۴۴(۴)

۱۲۰(۳)

۷۲(۲)

۷۲۰(۱)

\* امیر \* علی \* رضا



روش حل: حالت های خواسته شده را به صورت نمادین رسم می کنیم

همانطور که می بینید امیر، علی و رضا ممکن است کنار هم باشند

یا نباشند ولی ترتیب این سه نفر نمی تواند تغییر کند. بنابراین به سه نفر قفلی می زنیم و تعداد حالت های

کل برای این شش نفر با شرایط ویژه سه نفر برابر است با :

$$\frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 120$$