مهندس اشرفی

جزوه مشتق

www.mathtest.ir

www.mathtest.ir

نکته :

خط ها ی موازی محور طول ها شیبی برابر صفر دارند و شیب خط های موازی محور عرض ها تعریف نشده است و خط هایی با شیب بی نهایت به خط های عمودی (موازی محور عرض ها) نزدیک می شوند.

شیب خط مماس بر منحنی تابع پیوستهٔ f را در نقطه ای به طول a،مشتق تابع در x=a می نامیم و آن را با نماد $f'(a)$ نمایش می دهیم.

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

با تغییر متغییر $x=a+h$ و توجه به این که $x\to a$ پس $h\to ۰$ تعریف دیگری از مشتق به شکل زیر ظاهر می شود.

$$f'(a)=\lim_{h\to ۰}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

برای اثبات و محاسبهٔ مقدار مشتق در امتحان نهایی از یکی از فرمول های بالا به دلخواه استفاده می کنیم.

به مثال زیر توجه کنید :

به کمک تعریف مشتق مقدار مشتق تابع $f(x)=\sqrt{x}$ را در $x=۱$ بیابید.

$$f'(۱)=\lim_{x\to ۱}\frac{f(x)-f(۱)}{x-۱}=\lim_{x\to ۱}\frac{\sqrt{x}-۱}{x-۱}\times\frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}+۱}=\lim_{x\to ۱}\frac{x-۱}{(x-۱)(\sqrt{x}+۱)}=$$

$$\lim_{x\to ۱}\frac{۱}{\sqrt{x}+۱}=\frac{۱}{۲}$$

ب) برای حل سوالات پیچیده تر بهتر است از قاعده هوپیتال استفاده کنیم. برای مشتق گیری از عبارت هایی به شکل $f(u)$ از فرمول زیر استفاده می کنیم. u تابعی بر حسب h یا x یا ... است.

$$\left(f(u)\right)' = u'.f'(u)$$

برای نمونه به مشتق گیری های زیر توجه کنید.

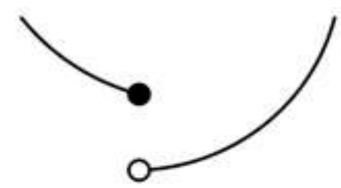
$$\left(f(۲x)\right)' = (۲x)' f'(۲x) = ۲f'(۲x)$$

$$\left(f(۱-۳h)\right)' = (۱-۳h)' f'(۱-۳h) = -۳f'(۱-۳h)$$

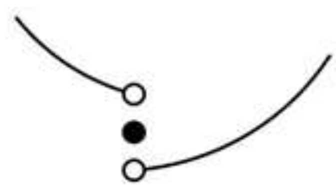
$$\left(f\left(h^۲-۳h\right)\right)' = \left(h^۲-۳h\right)' f'\left(h^۲-۳h\right) = (۲h-۳)f'\left(h^۲-۳h\right)$$

همیشه از متغییری که در حال میل کردن است مشتق می گیریم.

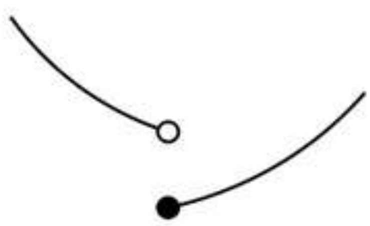
نقاط مشتق ناپذیر مهم بر روی نمودار :



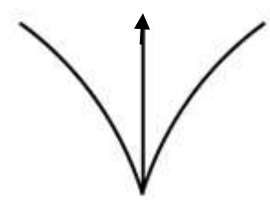
فقط مشتق چپ دارد



از هیچ طرف مشتق پذیر نیست

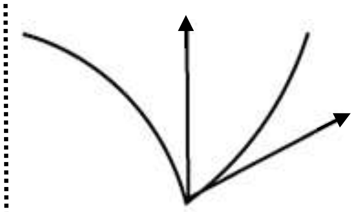


فقط مشتق راست دارد.



مشتق چپ $-\infty$ و مشتق راست $+\infty$ است.

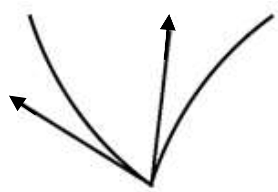
(بازگشت)



مشتق چپ برابر $-\infty$ و مشتق راست دارد.

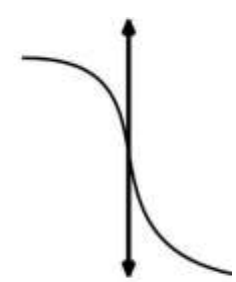
در این نقطه مشتق پذیر نیست.

(گوشه)



مشتق چپ و راست دارد ولی در این نقطه مشتق پذیر نیست.

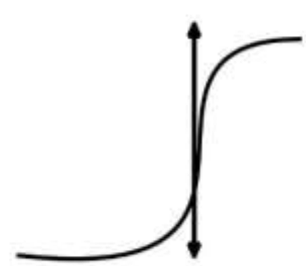
(گوشه)



مشتق چپ و راست هر دو

$-\infty$ هستند ولی تابع در این

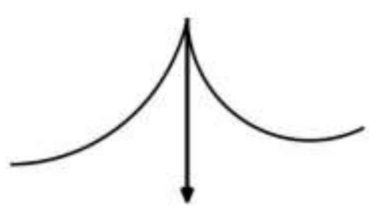
نقطه مشتق ندارد



مشتق چپ و راست هر دو

$+\infty$ هستند ولی تابع در این

نقطه مشتق ندارد

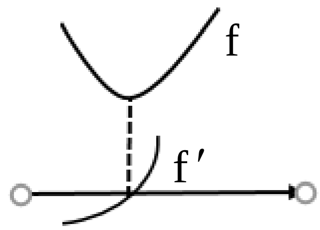


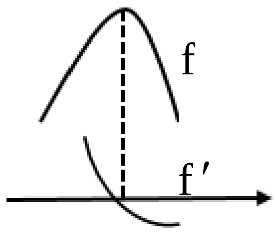
مشتق چپ $+\infty$ و مشتق

راست $-\infty$ است.

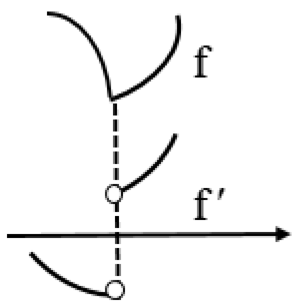
(بازگشت)

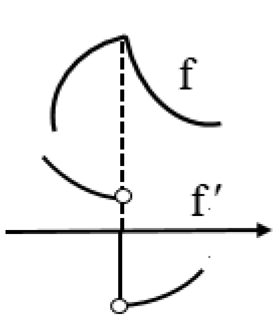
۱- نقاط اکسترمم معمولی $(f'=0)$ تابع، ریشه های نمودار f' است.





۲- نقاط اکسترمم گوشه تابع، نقطه های ناپیوستگی با تغییر علامت f' است.





۳- نقاط اکسترمم بازگشت تابع، نقطه های مجانب قائم واگرای تابع مشتق هستند.