

۱۴۰۱-۱۴۰۰

بہ نام اللہ کہ جان افکر سے بہت

درس :

ہندسہ^۳

مبحث :

مقاطع مخروطی

تہیہ و تنظیم : مهندس ترکمن

مکان هندسی

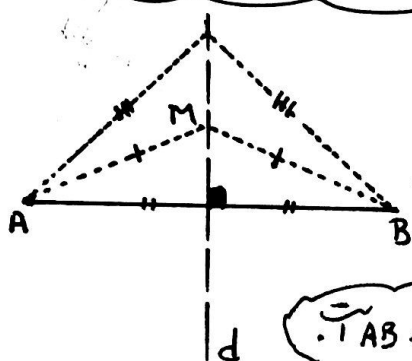
Ex

چهار مکان هندسی مهم

۱. عمود منصف یک پاره خط: مکان هندسی نقاطی از صفحه است که از دو سر آن پاره خط به یک فاصله اند.

Ex

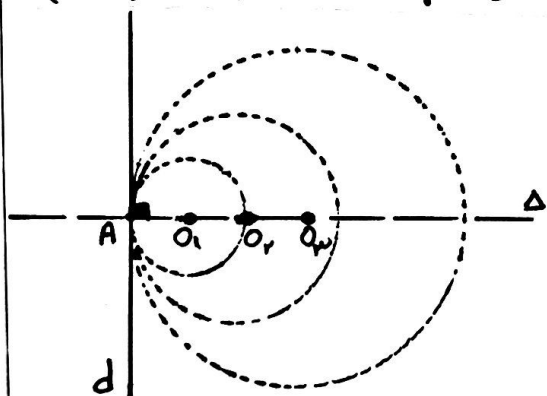
زیرا:



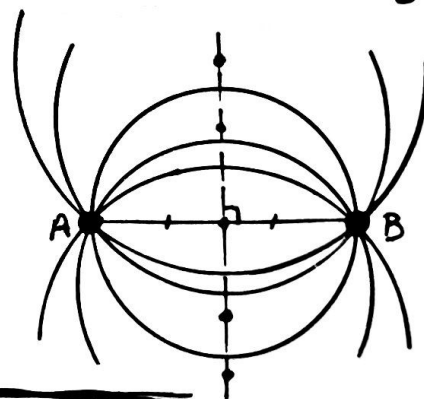
$MA = MB \iff$ نقطه M روی عمود منصف پاره خط AB است.

نتیجه ۲ مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که بر خط d مماس اند در نقطه ثابت A (واقع بر خط d) مماس اند خطی عمود بر d در نقطه A (به جز خود نقطه A) است.

Ex

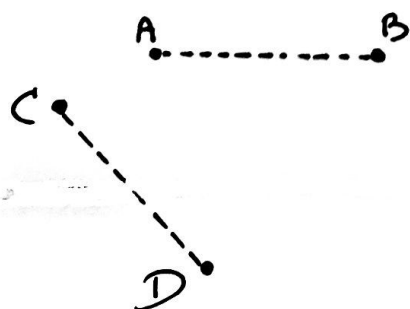


نتیجه ۱ مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که دو دایره از دو نقطه ثابت A و B در صفحه می‌گذرند،



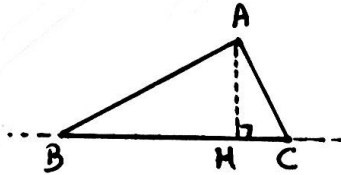
مثال: نقاط A، B، C، D در صفحه مفروض اند. نقطه‌ای بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد. (بحث کنید)

Ex



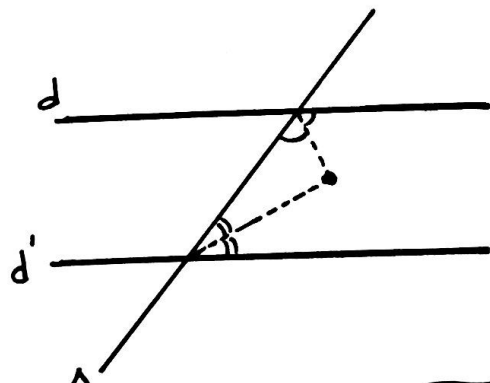
تت در مثلث ABC ، اندازه ضلع BC ثابت است. رأس A طوری تغییر می‌کند که مساحت مثلث همواره مقدار ثابت است. مکان هندسی رأس A کدام است؟

(۱) دایره‌ای به قطر BC (۲) خطی عمود بر ضلع BC (۳) خطی موازی با ضلع BC (۴) دو خط موازی با ضلع BC

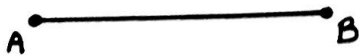


تت دو خط ثابت و موازی d و d' و خط متغیر Δ ، مقاطع با آن‌ها در صنف مفروض اند. مکان هندسی نقطه برخورد مماس‌های دو زاویه حاده و منفرجه غیر مجاور که در یک طرف خط Δ پدید می‌آیند کدام است؟

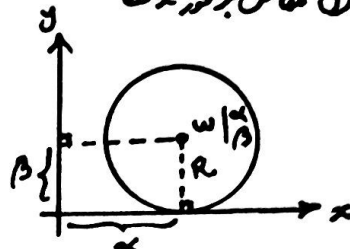
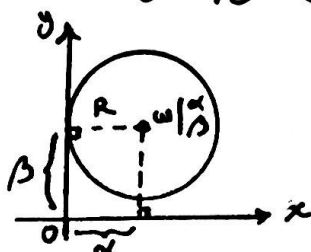
(۱) یک خط عمود بر d و d'
 (۲) یک خط موازی با d و d' و به یک فاصله از آن‌ها
 (۳) دو خط موازی با d و d'
 (۴) یک دایره به قطر فاصله دو خط موازی d و d'



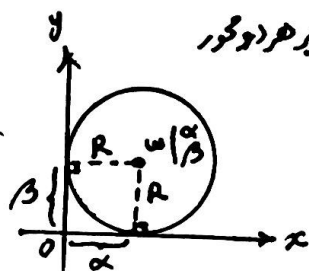
مدیر ۹۹ چند نقطه متمایز برای رأس C در مثلث ABC واقع در صنف، می‌توان یافت که فاصله رأس C از نقطه A و پاره خط AB به ترتیب ۷ و ۵ واحد باشد؟



- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

دایره‌ی مماس بر محورهای مختصات① مماس بر محور x ها② مماس بر محور y ها

③ مماس بر هر دو محور

مثال معادله‌ی دایره‌ی به مرکز $(-2, 3)$ و مماس بر محور y کما کدام است؟

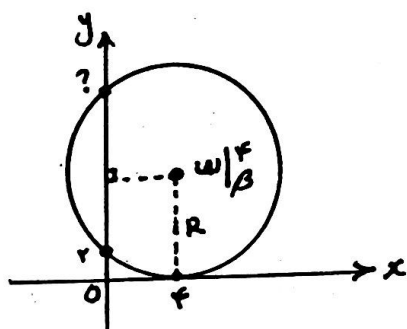
حل \rightarrow مماس بر y $\rightarrow R = |\alpha| = |-2| = 2 \rightarrow (c): (x+2)^2 + (y-3)^2 = 4 \checkmark$

برابر ۹۴ برای دایره‌ای بر محور x که خط $3x + 4y = 0$ مماس است. اگر مرکز این دایره در ناحیه‌ی اول و شعاع آن ۳ واحد باشد نقطه‌ی مشترک آن با محور x کما کدام طول است؟

- ۱۶
۱۵
۲۴
۲۵

برابر ۹۵ دایره‌ای بر دو نقطه‌ی $(0, 2)$ و $(4, 0)$ گذرشته در محور x کما مماس است. این دایره محور y کما را در نقطه‌ای دیگر با کدام عرض قطع می‌کند؟

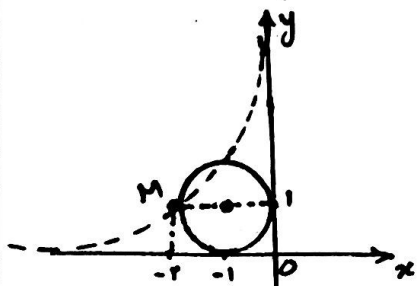
- ۵
۶
۷
۸



مثال معادله‌ی دایره‌ی به شعاع ۳ که در ناحیه‌ی چهارم بر هر دو محور مختصات مماس است؟

حل \rightarrow مماس بر x و y $\rightarrow R = |\alpha| = |\beta| = 3 \rightarrow (c): (x-3)^2 + (y+3)^2 = 9 \checkmark$

برابر ۹۵ و ۹۶ شعاع دو دایره‌ی مماس بر هر دو محور مختصات که از نقطه‌ی $M(-2, 1)$ می‌گذرد؟



اوضاع نسبی نقطه و دایره

نقطه‌ی معلوم $A(x_0, y_0)$ و دایره‌ی معین (C) به معادله $f(x, y) = 0$ را در نظر بگیریم

$$f(x_0, y_0) > 0 \iff \begin{array}{l} \text{نقطه‌ی } A \text{ بیرون دایره است} \\ \text{تعداد نقاط از } A \text{ به دایره} \end{array} \iff 2 \quad \text{A}$$

$$f(x_0, y_0) = 0 \iff \begin{array}{l} \text{نقطه‌ی } A \text{ روی دایره است} \\ \text{تعداد نقاط از } A \text{ به دایره} \end{array} \iff 1 \quad \text{A}$$

$$f(x_0, y_0) < 0 \iff \begin{array}{l} \text{نقطه‌ی } A \text{ درون دایره است} \\ \text{تعداد نقاط از } A \text{ به دایره} \end{array} \iff 0 \quad \text{A}$$

مثال Ex وضعیت هر کدام از نقطه‌های زیر را نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ مشخص کنید

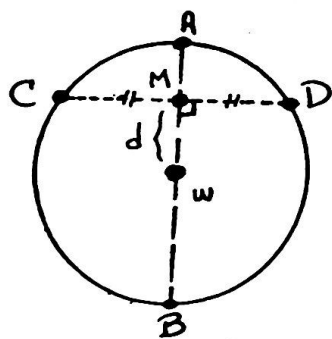
$$A(-1, -1) \rightarrow$$

$$B(1, -2) \rightarrow$$

$$C(2, 3) \rightarrow$$

از نقطه‌ی $A(3, 1)$ چند تا مس می‌توان بر دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ رسم کرد؟

$$f(3, 1) = 3^2 + 1^2 - 2(3) - 2(1) - 2 = 0 \rightarrow \text{نقطه‌ی } A \text{ روی دایره است} \rightarrow \text{یک مس می‌توان رسم کرد}$$

۱ (۲) صفر
۲ (۴) بی‌نهایت

مس هاگزیم و وترهای نیم

اگر M نقطه‌ای درون دایره باشد، قطر گذرنده از M را در ماکزیم نقطه M و وترهای از دایره، که در نقطه M بر وتر ماکزیم آن عمود است، و وترهای نیم نقطه M می‌نامیم.

$$= \text{طول وترهای نیم نقطه‌ی } M(x_0, y_0)$$

تت طول کوتاه‌ترین وترهای از دایره‌ی $x^2 - 4x + y^2 - 2y = 4$ که از نقطه‌ی $A(1, 1)$ می‌گذرد کدام است؟

$$2\sqrt{|f(1, 1)|} = 2\sqrt{(1)^2 - 4(1) + (1)^2 - 2(1) - 4} = 4\sqrt{2}$$

۲ (۴) صفر
۱ (۳) بی‌نهایتتت چند وتر به طول ۳ در دایره‌ی $x^2 + (y-1)^2 = 25$ می‌توان رسم کرد که از نقطه‌ی $(2, 3)$ بگذرد؟۱ (۱) بی‌نهایت
۲ (۴) صفر