

۴۹- اگر $\sin x = \frac{\sqrt{6}}{4}$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = 1 - 2\left(\frac{\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{8} \quad (4)$$

۵۰- مقدار عددی $\cos 2\alpha / 5^\circ$ کدام است؟

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = 2\cos^2 \alpha - 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{\sqrt{2}+1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{\sqrt{2}+1}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{\sqrt{2}+1}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

۵۱- اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right)$ کدام است؟

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha$$

$$(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha$$

$$\frac{1}{4} = 1 - \sin 2\alpha \rightarrow \frac{1}{4} - 1 = -\sin 2\alpha$$

$$-\frac{3}{4} = -\sin 2\alpha$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\frac{3}{8} \quad (2)$$

$$\frac{3}{8} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

۵۲- اگر $\sin x + \cos x = \frac{5}{4}$ باشد، مقدار $\tan x + \cot x$ کدام است؟

$$\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} = \frac{2}{\frac{9}{14}} = \frac{28}{9}$$

$$(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \sin 2x$$

$$\frac{25}{16} = 1 + \sin 2x \rightarrow \sin 2x = \frac{9}{16}$$

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

$$\frac{28}{9} \quad (2)$$

$$\frac{9}{32} \quad (3)$$

$$\frac{18}{7} \quad (4)$$

۵۳- ساده شده عبارت $\frac{(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)(\sin\alpha + \cos\alpha - 1)}{\cos 2\alpha}$ کدام است؟

$\alpha = 0 \rightarrow \frac{1 \times 0}{1} = 0$
 $\alpha = 90 \rightarrow \frac{1 \times 0}{-1} = 0$

$\frac{(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 - 1}{\cos 2\alpha} = \frac{(1 + \sin 2\alpha) - 1}{\cos 2\alpha} = \tan 2\alpha$

(۱) $\tan 2\alpha$
 (۲) $\cot 2\alpha$
 (۳) $\tan \alpha$
 (۴) $\frac{1}{\cos \alpha}$

۵۴- حاصل $\frac{\sin 2^\circ}{1 + \cos 2^\circ}$ کدام است؟

$\frac{2 \sin 1^\circ \cdot \cos 1^\circ}{1 + (2 \cos^2 1^\circ - 1)} = \frac{2 \sin 1^\circ \cdot \cos 1^\circ}{2 \cos^2 1^\circ} = \frac{\sin 1^\circ}{\cos 1^\circ} = \tan 1^\circ$

(۱) $\sin 1^\circ$
 (۲) $\cos 1^\circ$
 (۳) $\tan 1^\circ$
 (۴) $\tan 4^\circ$

۵۵- اگر $\tan \frac{x}{2} = \sqrt{2}$ باشد، حاصل $\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$ کدام است؟

$\cos x = \frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} = \frac{1 - (\sqrt{2})^2}{1 + (\sqrt{2})^2} = \frac{1 - 2}{1 + 2} = \frac{-1}{3}$

$\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = \frac{1 - (-\frac{1}{3})}{1 + (-\frac{1}{3})} = \frac{1 + \frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} = 2$

(۱) $2\sqrt{2}$
 (۲) $\sqrt{2}$
 (۳) 2
 (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$1 + \tan \frac{x}{2} = \sqrt{2}$
 $\tan \frac{x}{2} = \sqrt{2}$
 $1 - \tan \frac{x}{2} = -1$

۵۶- اگر $\tan 2x + \cot 2x = 4$ باشد، $\sin 4x$ چقدر است؟

(۱) ۲

$$\tan 2x + \cot 2x = \frac{1}{\sin 2x} \Rightarrow 1 = \frac{1}{\sin 2x}$$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) -2

(۴) $-\frac{1}{2}$

$\sin 2x = \frac{1}{2}$

۵۷- حاصل $\frac{1}{\sin x} - \cot x$ برابر کدام است؟

$$\frac{1}{\sin x} - \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{1 - (1 - \sin^2 \frac{x}{2})}{\sin x}$$

$$= \frac{\cancel{2} \sin^2 \frac{x}{2}}{\cancel{2} \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2}$$

(۱) $\cot \frac{x}{2}$

(۲) $\tan \frac{x}{2}$

(۳) $-\tan \frac{x}{2}$

(۴) $-\cot \frac{x}{2}$

۵۸- اگر $x = \frac{\pi}{12}$ باشد حاصل عبارت $\frac{(\sin x + \cos x)^2}{(\sin x - \cos x)^2}$ کدام است؟

$$\frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x} = \frac{1 + \sin \frac{\pi}{6}}{1 - \sin \frac{\pi}{6}} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 3$$

(۱) ۱
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) ۳
(۴) $\sqrt{3}$

۵۹- اگر $\cot x = 1 + \tan x$ ، حاصل $\tan 2x$ کدام است؟

$$\cot x - \tan x = 1$$

$$\cot 2x = 1 \rightarrow \cot 2x = \frac{1}{2} \rightarrow \tan 2x = 2$$

(۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) ۲
(۴) -۲

عبدالکداری

$$\alpha = \dots \rightarrow \frac{1 + \dots - 1}{1 + \dots + 1} = \dots$$

$$\alpha = 45 \rightarrow \frac{1 + 1 - 0}{1 + 1 + 0} = 1$$

۶۰- عبارت $\frac{1 + \sin 2\alpha - \cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}$ برابر است با:

- (۱) $\tan \alpha$
(۲) $\cot \alpha$
(۳) $-\tan \alpha$
(۴) $-\cot \alpha$

نسبت های 2α
(در این نامه حتماً نگاه کن)

حل

$$\frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} = \frac{1 - (1 - 2\sin^2 \alpha) + \sin 2\alpha}{1 + (2\cos^2 \alpha - 1) + \sin 2\alpha}$$

$$= \frac{2\sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha}{2\cos^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2\sin \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)}{2\cos \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$